Università degli Studi dell'Aquila - Corsi di ECONOMIA
Cattedra di Matematica Generale
Docente: Prof.ssa C. Barracchini aa. 2013-2014
Primo Appello scritto 13 – 01 - 2014

Soluzione

Esercizio 1 (punti 4) La matrice è invertibile: l'inversa $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

Esercizio 2 (punti 3) $\lim_{n\to+\infty} \frac{2-2n^2}{3n^2-5} = -\frac{2}{3}$

Esercizio 3 (punti 5)

I punti stazionari $(0,0)$ e $\left(\frac{3}{2},0\right)$ risultano punti di sella della funzione $f(x,y) = 2yx^2 - 3xy$

Esercizio 4 (punti 5)

Il calcolo dell'integrale per parti $\int_0^1 (1-2x)e^{1-3x}dx$ si ottiene scegliendo $g(x) = (1-2x)$ e $f'(x) = e^{1-3x}$ la cui primitiva risulta $f(x) = -\frac{1}{3}e^{1-3x}$. Risultato : $\frac{5}{9}e^{-2} + \frac{1}{9}e$

Esercizio 5 (punti 6)

Al variare del parametro k reale, la compatibilità del sistema di equazioni lineari $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ -kx+y-z=2 \\ 2x-y+2kz=2 \end{cases}$

Risulta: per $k \neq -1, \frac{3}{4}$ il sistema è compatibile e ammette una sola soluzione (si trova con Cramere ma non era richiesta). Sia per $k=-1$ che per $k=\frac{3}{4}$ il rango della matrice incompleta risulta diverso (2) da quello della matrice incompleta (3) pertanto il sistema è incompatibile ovvero non ammette soluzioni

Esercizio 6 (punti 7)

Data la funzione $f(x) = \frac{x^2-4}{(x-1)^2}$: Dominio $x \neq 1$; Asintoti : verticale $x=1$, orizzontale $y=1$; derivata prima: $f'(x) = \frac{-2x+8}{(x-1)^3}$ che si annulla per $x=4$ (nb chi non avesse semplificato un fattore $(x-1)$ con il denominatore avrebbe avuto anche lo zero $x=1$ che non fa parte del dominio!!!); che risulta punto di max (più facile studiarlo con il segno della derivata) ; la derivata seconda risulta $f''(x) = \frac{4x-22}{(x-1)^4}$ che si annulla per $x=\frac{11}{2}$ che risulta punto di flesso.

Esercizio 7 (punti 4) (esercizi Preliminari al compito)

Equazione esponenziale $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{81}}\right)^x = 27$: $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{3^{-4}}}\right)^x = 3^3 \to 3^{-\frac{4}{3}x} = 3^3 \to -\frac{4}{3}x = 3 \to x = -\frac{9}{4}$

$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4 > 0$: $x^2(x+1) - 4(x+1) > 0$; $(x^2-4)(x+1) > 0$; $(x-2)(x+2)(x+1) > 0$

La soluzione $(-2 < x < 1) \cup (x > 2)$

Università degli Studi dell'Aquila - Corsi di ECONOMIA
Cattedra di Matematica Generale
Docente: Prof.ssa C. Barracchini aa. 2013-2014
Primo Appello scritto 13 – 01 - 2014

Soluzione

Esercizio 1 (punti 5)

La caratteristica della matrice, al variare del parametro k, risulta: $p_A = \begin{cases} 1 & k=1 \\ 3 & k \neq 1 \end{cases}$

Esercizio 2 (punti 3)

$$\lim_{x\to 0} \frac{4x^3+5x^2+8x}{4x^5+7x^4-2x} = -4$$

Esercizio 3 (punti 5)

Punti stazionaridella funzione $f(x,y)=2x^2y+x^3-3y^2x$ sono $(0,0)$ e $\left(-\frac{9}{4},\frac{27}{16}\right)$ che risultano rispettivamente un caso dubbio (in base agli strumenti dati al corso) e un punto di sella

Esercizio 4 (punti 5)

Il calcolo dell'integrale per parti $\int_{-1}^{0}\left(1-\frac{x}{3}\right)e^{2-2x}dx$ si ottiene scegliendo $g(x)=\left(1-\frac{x}{3}\right)$ e $f'(x)=e^{2-2x}$, la cui primitiva risulta $f(x)=-\frac{1}{2}e^{2-2x}$. Il calcolo dell'integrale definito risulta pertanto $-\frac{5}{12}e^2+e^4$

Esercizio 5 (punti 6)

I vettori u=(1,2,k+1), v=(k,-4,9), e w=(2k,0,0) costituiscono una base di R^3 per $k \neq 0, -\frac{11}{2}$. Il vettore z=(1,1,1) , per il valore del parametro k=1, si esprime combinazione lineare degli elementi della base, $(\alpha u+\beta v+\gamma w)=z$ con coefficienti della combinazione: $(\alpha,\beta,\gamma)=\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{4}\right)$.

Esercizio 6 (punti 6)

Data la funzione $f(x)=\sqrt{x}-\sqrt{x+9}$: dominio: $x \geq 0$, funzione negativa, interseca asse y in (0,-3), ha tg verticale in zero, Asintoto orizzontale di equazione y=0; la derivata prima: $f'(x)=\frac{\sqrt{x+9}-\sqrt{x}}{x\sqrt{x(x+9)}}$ non si annulla e la derivata seconda $f''(x)=\frac{-\sqrt{(x+9)^3}+\sqrt{x^3}}{4\left(\sqrt{x(x+9)}\right)^3}$ non si annulla. La funzione non ha max, min, flessi

Esercizio 7 (punti 4) (esercizi Preliminari al compito)

- Soluzione della seguente equazione irrazionale: $\sqrt{x^2-16}=3$: si elevano al quadrato entrambi i membri dell'equazione: $x^2-16=9$, $x^2=25$ da cui $x=\pm 5$
- Il quoziente e il resto della divisione tra $P(x)=x^3-2x^2+5x-3$ e $D(x)=x^2-x+1$ sono rispettivamente: $x-1$ e $3x-2$