

Università degli Studi dell'Aquila - Corsi di ECONOMIA  
Cattedra di Matematica Generale  
Docente: Prof.ssa C. Barracchini aa. 2013-2014  
Terzo Appello scritto 13 – 02 - 2014

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

**Data eventuale prova orale: 21 feb**

**Esercizio 1 (punti 5)** Calcolare la caratteristica di A al variare di k reale e per k=1 calcolare la

matrice inversa:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & k & 6 \\ 3 & k & 9 \end{pmatrix}$

**Esercizio 2 (punti 6)**

Verificare se la funzione è omogenea e, se il caso, trovare il suo grado di omogeneità. Calcolare eventuali estremali vincolati

$$f(x, y) = x^2 + 3xy - 5y^2 \text{ con vincolo } 2x + 3y = 6$$

**Esercizio 3 (punti 3)**

Calcolare il seguente integrale  $\int_{-2}^0 (3 - 2x) \cdot 2e^{-3x+2} dx$

**Esercizio 4 (punti 6)**

Trovare, al variare del parametro k reale, le soluzioni del seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} kx + y + z = 0 \\ ky + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 5 (punti 6)**

Determinare il dominio, eventuali asintoti, max, min e flessi della seguente funzione

$$f(x) = e^x (x + 1) + 1$$

**Esercizio 6 (punti 6) (esercizi Preliminari al compito)**

Risolvere le seguenti disequazioni

a)  $\lg^2 x + 5 \lg x + 6 \leq 0$

b)  $\frac{-2x-1}{3} + 1 < \frac{1}{2} - \frac{3-2x}{6}$

c)  $\frac{1}{2^{2x}} - 16 \leq 0$

**Regole:**

*Sono consentiti: una penna blu o nera*

*Non sono consentiti: libri, quaderni e fogli, oltre quelli consegnati dal docente; uscire per andare in bagno, alzarsi dal banco per chiedere spiegazioni. Se urgono chiarimenti vengono chiesti al docente del corso, quando presente, ad alta voce.*

*La prova orale verterà su argomenti di esercizi non svolti o svolti ma errati.*

## Errata corrige Soluzione compito B

**Esercizio 1 (punti 5)** La caratteristica di A, per ogni k, è  $< 3$ , perché  $\det = 0$  e quindi non è invertibile neppure per  $k=1$ ,  $p_A = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 2 & k \neq 0 \end{cases}$

**Esercizio 2 (punti 6)**

La funzione data è omogenea di grado 2:

$$f(tx, ty) = (tx)^2 + 3txty - 5(ty)^2 = t^2(x^2 + 3xy - 5y^2) = t^2 f(x, y)$$

Funzione  $f(x, y) = x^2 + 3xy - 5y^2$  con vincolo  $2x + 3y = 6$

con la Lagrangiana: la funzione data risulta avere un punto di massimo vincolato in  $(3, 0, -3)$

**Esercizio 3 (punti 3)**

Calcolare il seguente integrale  $\int_{-2}^0 (3-2x) \cdot 2e^{-3x+2} dx$ : risolvo per parti:

$$-\frac{2}{3}e^{-3x+2}(3-2x) \Big|_{-2}^0 - \frac{4}{3} \int_{-2}^0 e^{-3x+2} dx = \frac{e^2}{9}(38e^6 - 1)$$

**Esercizio 4 (punti 6)**

Le soluzioni, al variare di k reale, del seguente sistema di equazioni lineari  $\begin{cases} kx + y + z = 0 \\ ky + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ :

$$\det = k(k-1) \text{ e risulta } p_A = \begin{cases} 2 & k = 0 \text{ o } 1 \\ 3 & k \neq 0 \text{ e } k \neq 1 \end{cases}$$

quindi per  $k \neq 0$  e  $k \neq 1$  esiste solo la soluzione banale, per  $k=0$  esistono  $\infty^1$  soluzioni  $(x = \alpha; y = 0; z = 0)$ , per  $k=1$  esistono  $\infty^1$  soluzioni  $(x = 0; y = \alpha; z = \alpha)$

**Esercizio 5 (punti 6)**

La  $f(x) = e^x(x+1) + 1$  è definita, continua e derivabile in tutto  $\mathbb{R}$ ,  $f(0)=2$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  per cui  $y=1$  è asintoto orizzontale;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  per cui non ha asintoti e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ; attraversa asintoto orizzontale in  $(-1, 1)$ ; la funzione ha minimo relativo in  $(-2, -e^{-2} + 1)$  e flesso in  $(-3, 1 - 2e^{-3})$

**Esercizio 6 (punti 6) (esercizi Preliminari al compito)**

Risolvere le seguenti disequazioni

a)  $\lg^2 x + 5\lg x + 6 \leq 0$ : pongo  $\lg x = y$  e risolvo equazione di secondo grado trovando radici e scomposizione in fattori

$(y+3)(y+2) \leq 0$  risolta la disequazione si ha  $-3 \leq y \leq -2$  ovvero  $-3 \leq \lg x \leq -2$  passando agli esponenziali  $e^{-3} \leq x \leq e^{-2}$

b)  $\frac{-2x-1}{3} + 1 < \frac{1}{2} - \frac{3-2x}{6}$ : minimo comune multiplo,  $\frac{-4x-2+6-3}{6} < -\frac{3-2x}{6}$  da cui

$-4x-2+6-3 < -3+2x$  che diventa  $-6x < -4$  che risolta fornisce la soluzione  $x > \frac{2}{3}$

c)  $\frac{1}{2^{2x}} - 16 \leq 0$ : la scrivo  $2^{-2x} - 2^4 \leq 0$  da cui  $2^{-2x} \leq 2^4$  passando agli esponenti :  $-2x \leq 4$  da cui  $x \geq -2$