



Corso di Finanza aziendale

Rischio, rendimento e costo del capitale

Dott.ssa Roberta Pace
Università degli Studi dell' Aquila
a.a. 2016-2017



Il rendimento di un titolo azionario (1)

Due principali forme di remunerazione

1. Dividendi

Politica dei dividendi – Autofinanziamento

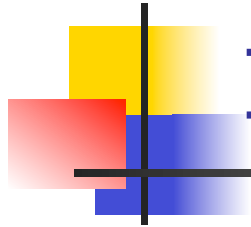
Dividend yield $I = \frac{D_{0-t}}{P_0}$

Pay out ratio $d_t = \frac{D_t}{UN_t}$

2. Capital gain

$$CG = \frac{P_t - P_0}{P_0}$$

Problema della liquidabilità del titolo



Il rendimento di un titolo azionario (2)

La remunerazione globale

$$r_t = \frac{D + (P_t - P_0)}{P_0}$$

In una logica multiperiodale

$$\hat{r} = \frac{r_0 + r_1 + \dots + r_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad \rightarrow \text{Valutazione ex-post}$$

$$E(r) = \sum_{i=1}^n p_i r_i \quad \rightarrow \text{Valutazione ex-ante}$$



Un esempio

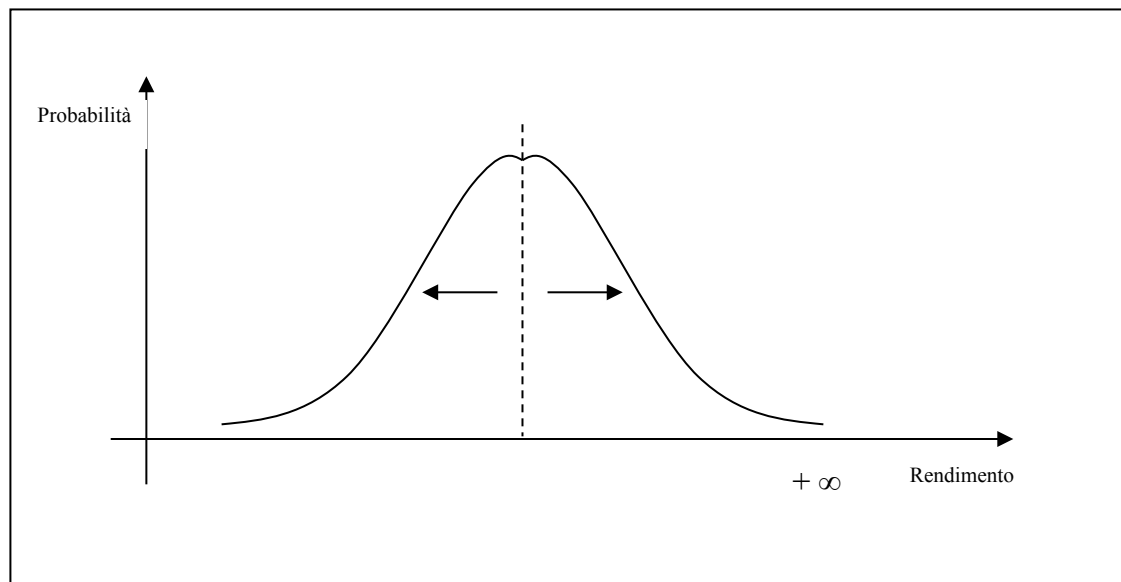
Si consideri un titolo azionario dotato delle seguenti caratteristiche

Prezzo al tempo $t = 0$	Prezzo finale $t = 1$	Rendimento	Probabilità
1.000	1.200	20%	20%
1.000	1.100	10%	30%
1.000	900	- 10%	25%
1.000	1.150	15%	25%

$$E(r) = (0,2)(20\%) + (0,3)(10\%) + (0,25)(-10\%) + (0,25)(15\%) = 8,25\%$$

La funzione di distribuzione dei rendimenti

La teoria tende a ricondurre ad una distribuzione di tipo normale l'andamento dei rendimenti associati ai titoli azionari



Possibilità di impiego di concetti statistici quali **media** e **varianza**

Limite

Simmetria della funzione di distribuzione che può non corrispondere ad una effettiva simmetria dei rendimenti dei titoli azionari



Il rischio di un titolo azionario (1)

Il rischio è la probabilità che il rendimento effettivo si discosti dal rendimento atteso

Carattere di simmetria del rischio in finanza

Le tipologie di rischio

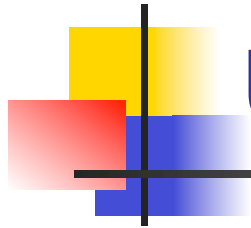
- ✓ Rischio di insolvenza (o di controparte)
- ✓ Rischio di tasso di interesse
- ✓ Rischio di cambio
- ✓ Rischio di liquidità ...



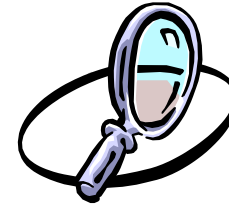
Il rischio di un titolo azionario (2)

... Le tipologie di rischio

- ✓ Rischio di inflazione
- ✓ Rischio legale
- ✓ Rischio sistematico
- ✓ Rischio di variazione dei prezzi delle commodities



Un approfondimento (1)

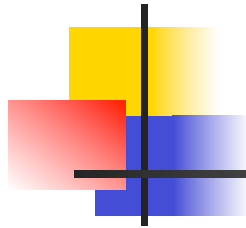


- ✓ Titoli privi di rischio (*risk free*) – es. titoli di Stato
- ✓ Titoli rischiosi

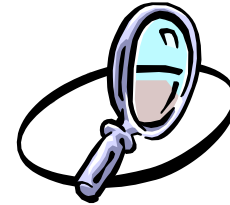
Quali conseguenze sono state determinate in Italia dalla eccessiva presenza di titoli del debito pubblico?

In termini generali, il rendimento di un titolo è:

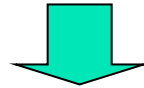
- ✓ Direttamente proporzionale al rischio del titolo
- ✓ Inversamente proporzionale al grado di liquidità del titolo



Un approfondimento (2)

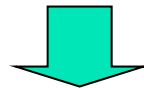


I titoli di Stato sono caratterizzati da rischio nullo, sia in termini di rendimento, sia in termini di conservazione e restituzione del capitale, e da un massimo livello di liquidità

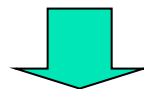


Dovrebbero avere rendimento **nullo**

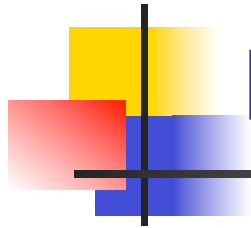
L'alto livello dei rendimenti corrisposti sui titoli del debito pubblico soprattutto negli anni passati ha indotto le banche a corrispondere interessi sui conti correnti (moneta liquida) per cercare di rastrellare risorse e distoglierle dallo Stato



Aumento generalizzato dei tassi di interesse



Aumento del costo del denaro per le imprese



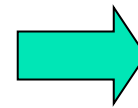
La misurazione del rischio

Si fa ricorso ai concetti di varianza e deviazione standard

Valutazioni
ex-post

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \hat{r}_i)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \hat{r}_i)^2}$$

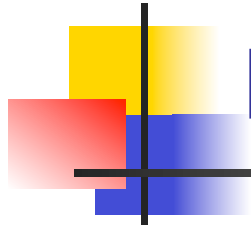


È preferibile in quanto
espressa nella stessa
unità di misura del
rendimento

Valutazioni
ex-ante

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n p_i [r_i - E(r)]^2$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^n p_i [r_i - E(r)]^2}$$



La costruzione di un portafoglio

La teoria di portafoglio (Markowitz)

Definizione del “peso” di ogni attività nel portafoglio:

$$w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1 \quad \text{ovvero} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Non si può verificare:

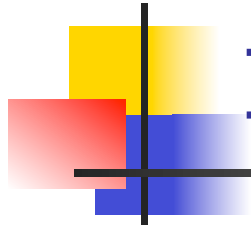
$$\sum_{i=1}^n w_i < 1 \quad \text{oppure} \quad \sum_{i=1}^n w_i > 1$$

NB In termini finanziari, ciò equivale ad affermare che non è possibile prendere o dare a prestito risorse

$$w_i = \frac{vm_i}{vp}$$

vm = valore di mercato della singola attività

vp = valore dell'intero portafoglio

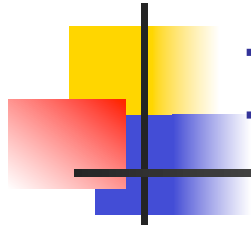


Il rendimento di un portafoglio

Il rendimento di un portafoglio è la media ponderata dei rendimenti dei singoli titoli che lo compongono

$$r_p = \sum_{i=1}^n r_i w_i \quad \rightarrow \text{Valutazione ex-post}$$

$$\bar{r}_p = E(r_p) = \sum_{i=1}^n E(r_i) w_i \quad \rightarrow \text{Valutazione ex-ante}$$



Il rischio di un portafoglio

Nel calcolo del rischio di portafoglio occorre considerare anche il concetto di covarianza

Considerando un portafoglio composto da 2 titoli:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= E\left(r_p - \bar{r}_p\right)^2 = E\left[\left(w_1 r_1 + w_2 r_2\right) - \left(w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2\right)\right]^2 = \\ &= E\left[w_1\left(r_1 - \bar{r}_1\right) + w_2\left(r_2 - \bar{r}_2\right)\right]^2\end{aligned}$$

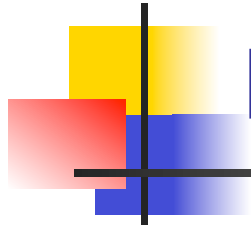
Si tratta del quadrato di un binomio che si risolve nel modo seguente:

$$\sigma_p^2 = E\left[w_1^2\left(r_1 - \bar{r}_1\right)^2 + w_2^2\left(r_2 - \bar{r}_2\right)^2 + 2w_1w_2\left(r_1 - \bar{r}_1\right)\left(r_2 - \bar{r}_2\right)\right]$$

Covarianza tra
il titolo 1 e il
titolo 2

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12}$$

Se $\sigma_{12} < 0 \rightarrow$ i rendimenti dei titoli si muovono in direzioni diverse



La standardizzazione della covarianza

Si procede alla standardizzazione della covarianza al fine di ottenere un indicatore capace di assumere valori all'interno di un intervallo ben definito

Dividendo la covarianza per il prodotto tra le singole deviazioni standard si ottiene il **coefficiente di correlazione**:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} \quad -1 \leq \rho \leq +1$$

$$\sigma_{12} = \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$



L'interpretazione del coefficiente di correlazione: la diversificazione (1)

- ➡ $\rho = +1$, i rendimenti dei titoli detenuti in portafoglio si muovono nella stessa direzione (risultando cioè o entrambi superiori o entrambi inferiori ai valori medi attesi). Non c'è alcun vantaggio in termini di diversificazione in quanto il rischio del portafoglio risulta perfettamente corrispondente alla media ponderata dei rischi delle singole attività che lo compongono
- ➡ $\rho = 0$ la covarianza è nulla e pertanto non è possibile rintracciare alcuna correlazione tra i due titoli, ma si assiste comunque alla formazione di un portafoglio con rischiosità inferiore rispetto alla media ponderata dei rischi dei singoli titoli
- ➡ $\rho = -1$ i titoli seguono andamenti opposti, offrendo la possibilità all'investitore di sfruttare al massimo il principio della diversificazione di portafoglio attraverso il meccanismo della perfetta correlazione negativa. Infatti, la combinazione di due titoli rischiosi caratterizzati da rendimenti che mostrano comportamenti divergenti, consente al risparmiatore di *annullare il rischio* complessivo del portafoglio, *senza intaccare, però, il livello di rendimento atteso*

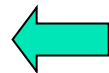
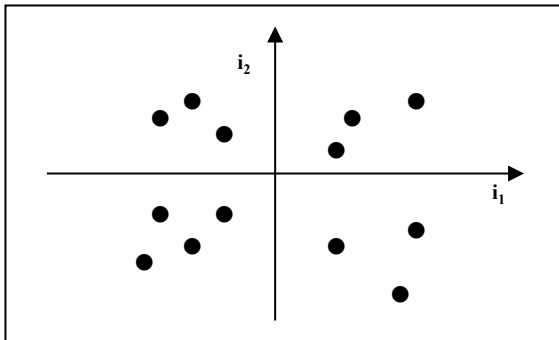
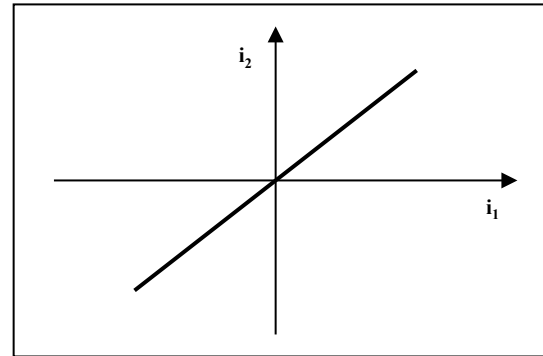
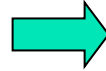


L'interpretazione del coefficiente di correlazione: la diversificazione (2)

- ➡ $0 < \rho < +1$ si realizza una correlazione positiva, anche se non perfetta. L'osservazione della realtà conduce ad affermare che si tratta dell'ipotesi maggiormente ricorrente e che consente comunque di addivenire alla costruzione di un portafoglio con un livello di rischio inferiore rispetto al caso di perfetta correlazione positiva
- ➡ $-1 < \rho < 0$, pur non esprimendo una completa correlazione negativa e, conseguentemente, non consentendo di sfruttare al massimo l'effetto della diversificazione, si ha comunque la possibilità di ridurre sensibilmente il livello di rischio del portafoglio (effetto sicuramente maggiore rispetto al caso precedente).

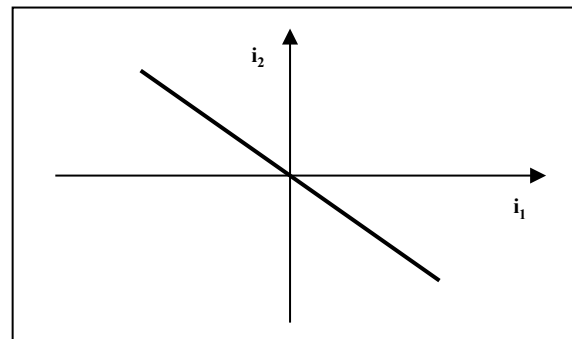
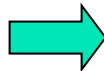
L'interpretazione del coefficiente di correlazione: la diversificazione (3)

Perfetta correlazione
positiva $\rho = +1$

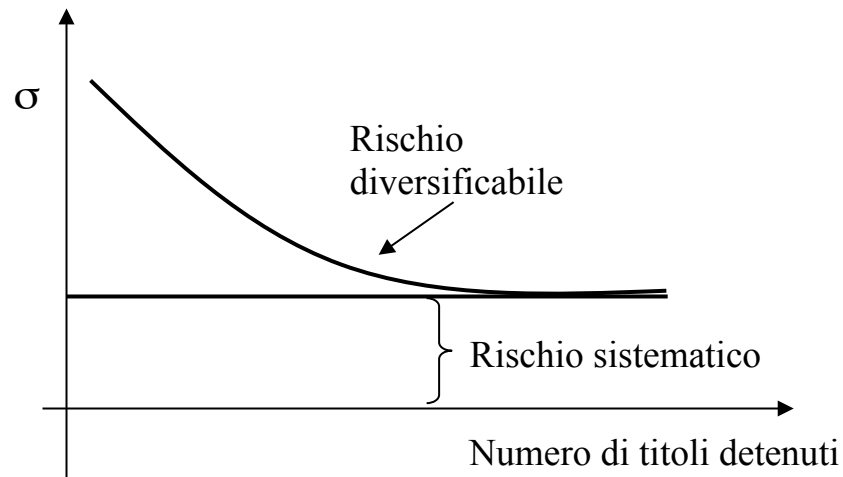


Correlazione nulla
 $\rho = 0$

Perfetta correlazione
negativa $\rho = -1$



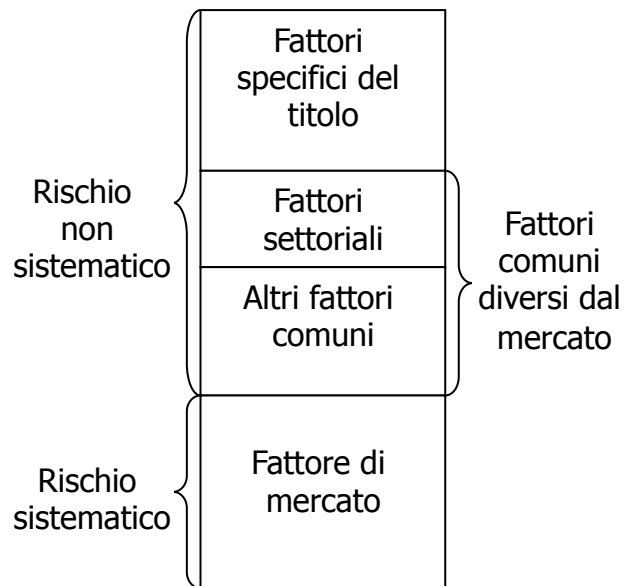
Rischio diversificabile e sistematico



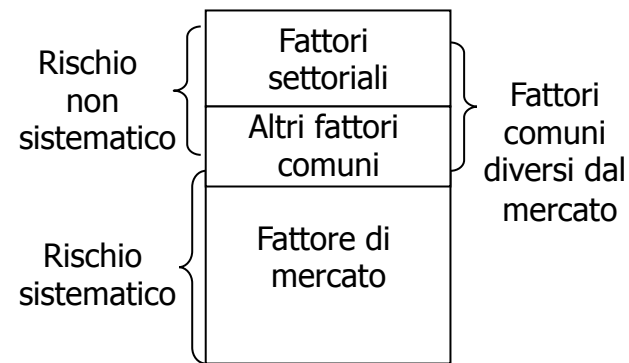
L'effetto massimo della diversificazione si raggiunge con un portafoglio composto da circa 10-15 titoli



Gli effetti della diversificazione



a) singola azione

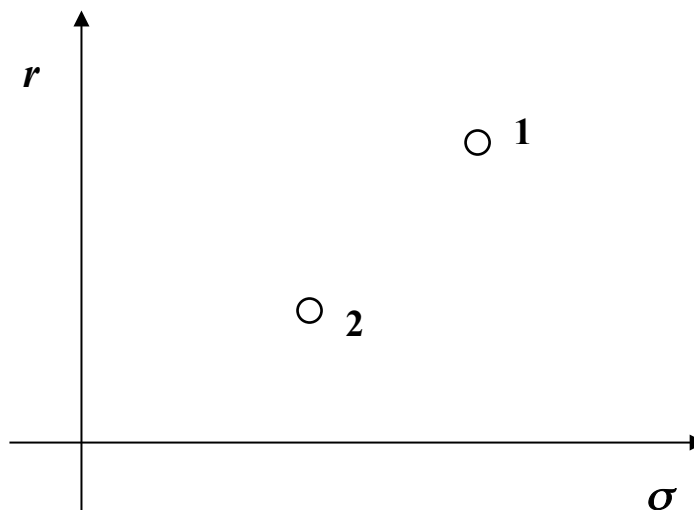


b) portafoglio ben diversificato



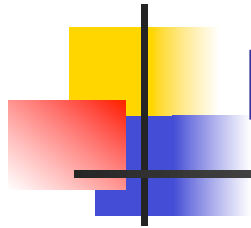
La frontiera efficiente (1)

Dati due titoli che compongono un portafoglio (titolo 1 e titolo 2), è possibile rintracciare una serie di combinazioni tra di essi, variabili a seconda del peso percentuale assunto da ciascuno (e definito da w)



A seconda della propensione al rischio dell'investitore, egli si collocherà più vicino al titolo 1 (se ha maggiore propensione al rischio), o più vicino al titolo 2 (minore propensione al rischio)

L'andamento della funzione che lega le due attività inserite in portafoglio dipende dal valore assunto da ρ



La frontiera efficiente (2)

Considerando che il rendimento ed il rischio di un portafoglio di attività si possono esprimere nel modo seguente:

$$\bar{r}_p = w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}$$

... e studiando il segno e la misura del coefficiente di correlazione, è possibile individuare diverse ipotesi di comportamento della funzione che lega tra loro i due titoli



La frontiera efficiente (3)

$$\rho = +1$$

$$\bar{r}_p = w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2$$

$$\sigma_p = \left[(w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2$$

$$\rho = 0$$

$$\bar{r}_p = w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2$$

$$\sigma_p = \sqrt{(w_1 \sigma_1)^2 + (w_2 \sigma_2)^2}$$



La frontiera efficiente (4)

$$\rho = -1$$

$$\bar{r}_p = w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 - 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}$$

Tale espressione presenta due radici (una positiva e l'altra negativa) ed offre pertanto due soluzioni:

$$\sigma_p = \pm (w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2)$$



La frontiera efficiente (5)

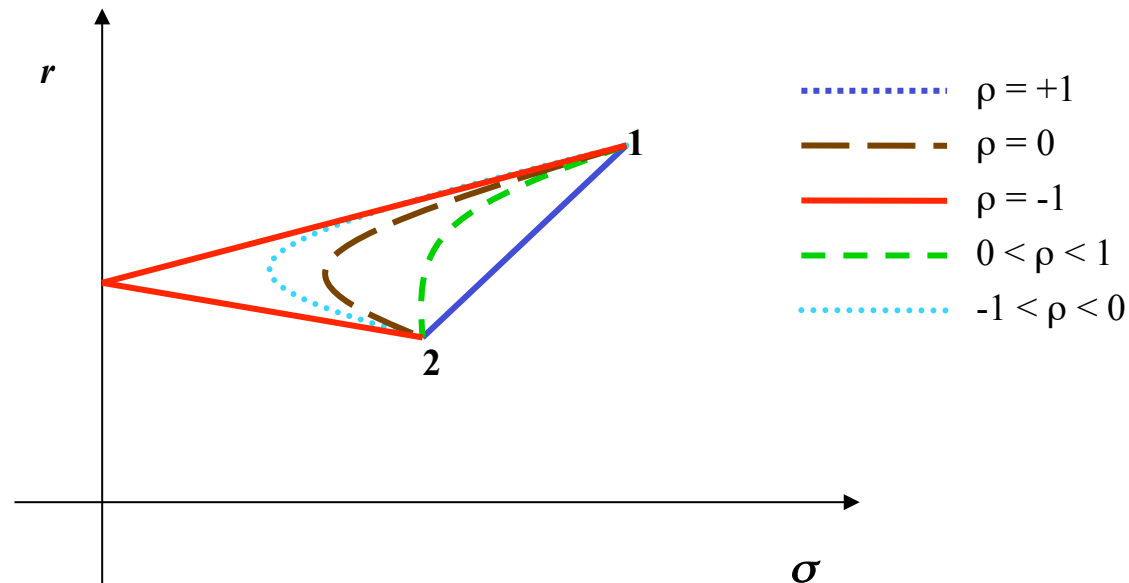
$$0 < \rho < +1$$

In questo caso si ripropone una curva quale funzione in grado di porre in relazione il titolo 1 con il titolo 2, ma il suo andamento presenta una minore convessità rispetto all'ipotesi di correlazione nulla. L'effetto diversificazione risulta piuttosto attenuato

$$0 < \rho < +1$$

L'effetto diversificazione è evidente, come mostra l'andamento della curva rappresentativa delle possibili combinazioni tra le due attività che formano il portafoglio: essa appare dotata di una maggiore convessità rispetto all'ipotesi $\rho = 0$.

Coefficiente di correlazione ed effetti della diversificazione

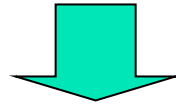


Tanto minore è il grado di correlazione esistente tra due titoli, tanto maggiore risulta l'inclinazione della curva e tanto più incisivo è l'effetto diversificazione

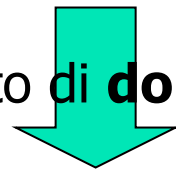


Portafogli possibili e portafogli efficienti

Le varie combinazioni di titoli viste finora rappresentano i portafogli “possibili”, ma tra questi occorre individuare quelli efficienti



Tutti i portafogli efficienti sono possibili, ma non tutti i portafogli possibili sono efficienti

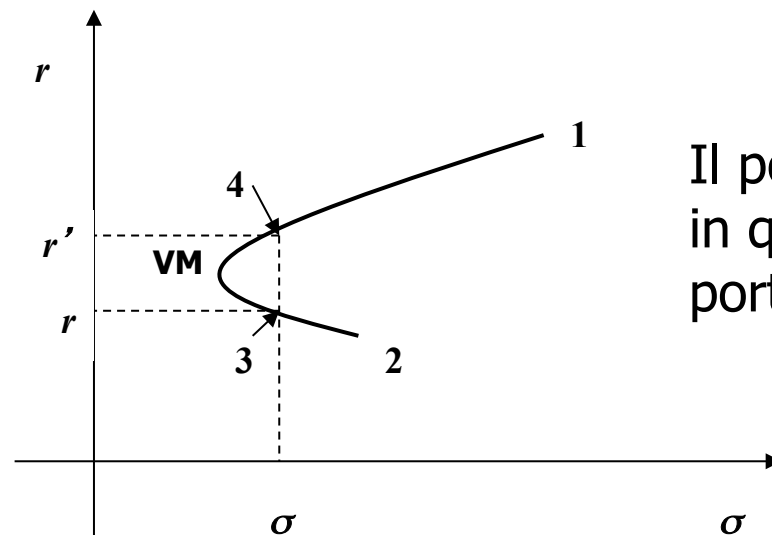


Concetto di **dominanza**

Un portafoglio è efficiente quando non è possibile individuare nel piano che pone in relazione rischio e rendimento, un portafoglio che:

- ✓ A parità di rischio presenti un rendimento maggiore
- ✓ A parità di rendimento presenti un rischio minore

La costruzione di portafogli efficienti

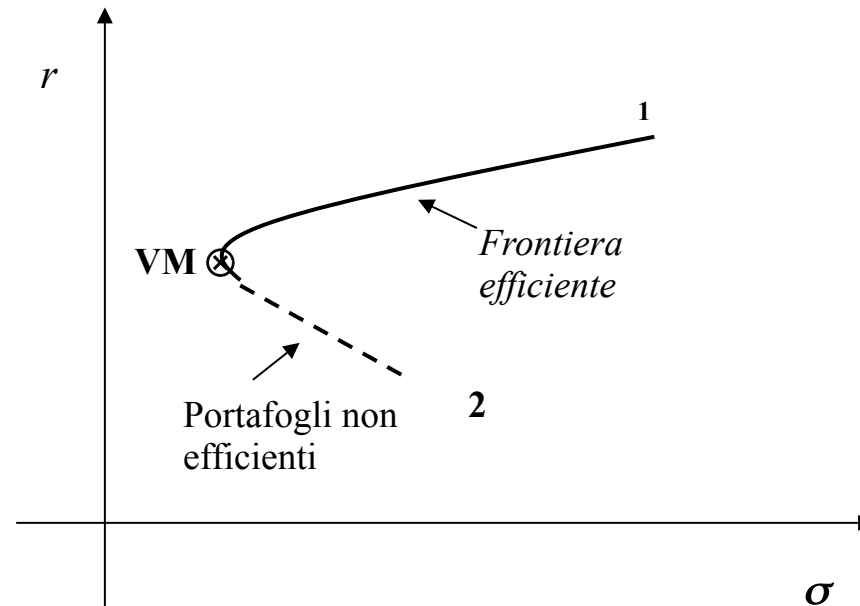


Il portafoglio 3 non è efficiente in quanto “dominato” dal portafoglio 4

VM = portafoglio a varianza minima che divide in 2 parti la curva

- ✓ La parte inferiore è costituita da portafogli possibili, ma non efficienti
- ✓ La parte superiore racchiude tutti i portafogli efficienti, ovvero dominanti (**frontiera efficiente**)

La frontiera efficiente





Dalla frontiera efficiente al portafoglio di mercato

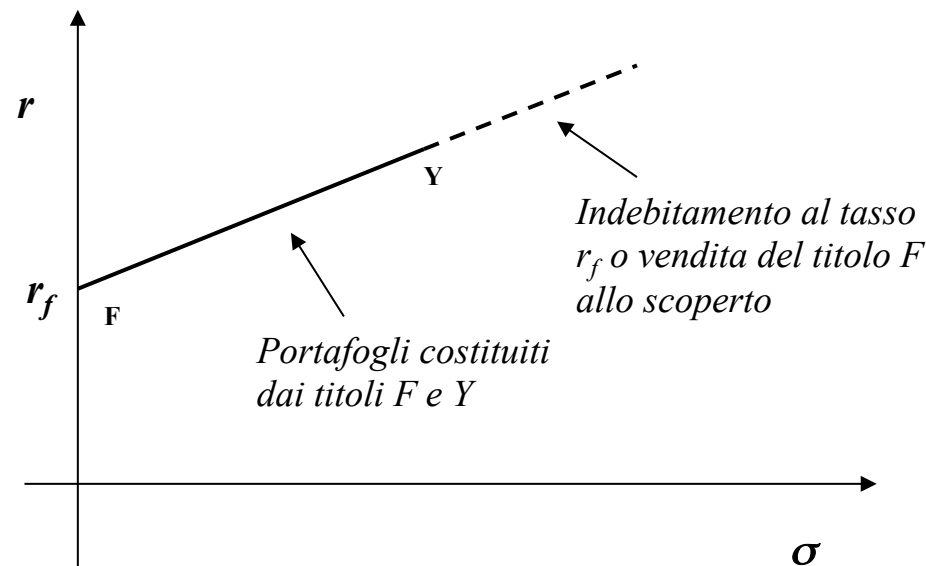
La frontiera efficiente offre soltanto combinazioni di titoli rischiosi ...

... se si introduce nel modello un titolo privo di rischio (titolo di Stato), si modifica una delle condizioni di partenza della teoria di portafoglio, ovvero l'impossibilità di dare e prendere a prestito risorse. Si può dunque verificare:

$$\sum_{i=1}^n w_i < 1 \quad \text{oppure} \quad \sum_{i=1}^n w_i > 1$$


Il tasso di rendimento di una attività *risk free* rappresenta infatti il tasso di interesse puro di mercato e cioè il tasso ottenuto da chi investe concedendo un prestito (*lending*) ed il tasso pagato da chi si indebita ottenendo un prestito (*borrowing*). Nella teoria di portafoglio entrambi questi tassi sono considerati privi di rischio ed equivalenti (parità tra tassi attivi e tassi passivi)

Combinazioni tra un titolo privo di rischio e un titolo rischioso



Se ci si posiziona:

- Sul punto Y** ➡ impiego di tutte le risorse nel titolo Y
- Tra F ed Y** ➡ combinazione tra titolo Y e titolo *risk free*
- A destra di Y** ➡ impiego di maggiori risorse (indebitamento)



È possibile verificare cosa accade cercando una soluzione di investimento ottimale tra un portafoglio efficiente composto da sole attività rischiose ed una singola attività priva di rischio

Il rendimento di tale portafoglio è:

$$\bar{r}_p = (1 - w_a) r_f + w_a \bar{r}_a$$

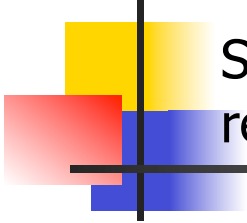
w_a quota investita nell'attività rischiosa A

Il rischio di tale portafoglio è:

$$\sigma_p = \sqrt{(1 - w_a)^2 \sigma_f^2 + w_a^2 \sigma_a^2 + 2(1 - w_a)w_a \rho_{fa} \sigma_f \sigma_a}$$

Considerando che i titoli *risk free* hanno varianza pari a zero, rendendo nullo anche l'effetto covarianza con il portafoglio di attività rischiose, la relazione precedente diventa:

$$\sigma_p = w_a \sigma_a \quad \text{Da cui} \quad \Rightarrow \quad w_a = \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \quad \Rightarrow$$



Sostituendo l'ultima relazione individuata nella relazione del rendimento:

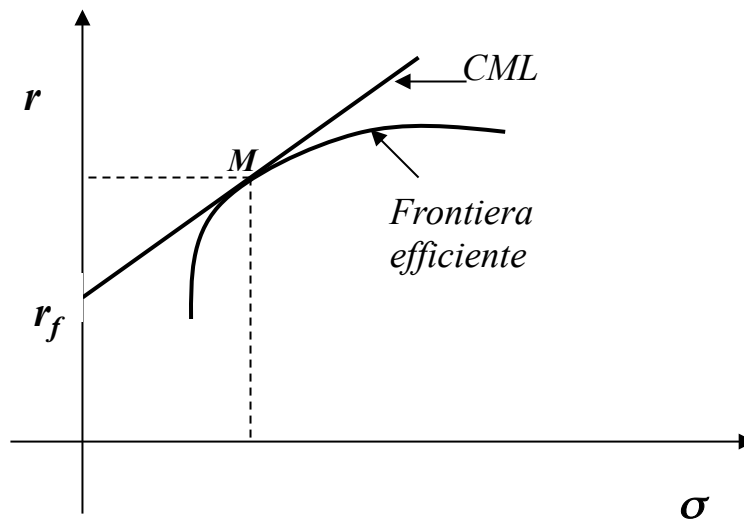
$$\bar{r}_p = \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_a}\right) r_f + \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \bar{r}_a = r_f + \frac{\bar{r}_a - r_f}{\sigma_a} \sigma_p$$

Si tratta dell'equazione di una retta con intercetta nell'asse delle ordinate corrispondente al rendimento di attività prive di rischio (r_f) e inclinazione positiva – in quanto all'aumentare del rischio si assiste ad una crescita del rendimento – pari a:

$\frac{\bar{r}_a - r_f}{\sigma_a}$	Misura del premio (prezzo) per il rischio
------------------------------------	--

Frontiera efficiente e *Capital Market Line*

L'investitore si trova di fronte a diverse possibilità di combinazione dell'attività priva di rischio con differenti portafogli di titoli rischiosi, determinando la formazione di differenti rette. Tra queste è possibile individuare la combinazione ottimale, ovvero quella più efficiente, rintracciabile nella retta tangente alla frontiera efficiente.



La **Capital Market Line** (CML) è la frontiera efficiente lineare determinata in ipotesi di presenza di attività rischiose e di un titolo privo di rischio

M = portafoglio di mercato



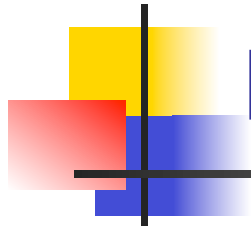
La Capital Market Line (1)

L'equazione della CML può essere derivata sostituendo semplicemente il generico titolo A con il portafoglio di mercato M.

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \sigma_p$$

Il risultato è costituito da una retta formata dalla somma di due diverse componenti:

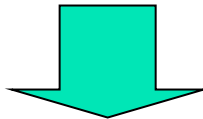
- ✓ il rendimento per attività prive di rischio, rappresentativo della remunerazione richiesta per la momentanea mancanza di liquidità;
- ✓ il premio per il rischio (dato dal coefficiente angolare) ponderato per la quantità di rischio dell'intero portafoglio (σ_p)



La *Capital Market Line* (2)

Introducendo nel modello l'ipotesi di aspettative omogenee, si può affermare che esiste una sola frontiera efficiente, una sola *capital market line* e, di conseguenza, un solo portafoglio di mercato valido per tutti gli investitori, a prescindere dalle loro preferenze.

Queste ultime entrano in gioco soltanto in un momento successivo, ovvero per definire la porzione di portafoglio costituita da M e la porzione del portafoglio costituita dall'attività priva di rischio



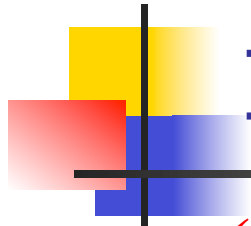
Tutti gli investitori possiedono il portafoglio di mercato M , anche se in quantità variabili in funzione delle scelte operate in termini di avversione al rischio



Il principio di separazione di Tobin (*two-found separation*)

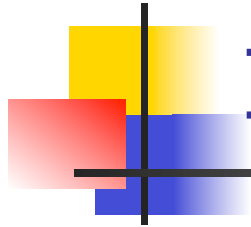
Le decisioni di investimento avvengono in due momenti distinti

1. Nella prima fase, si ricerca il portafoglio di mercato, inteso come portafoglio ottimale derivante dalla combinazione tra attività rischiose e attività prive di rischio
2. Nella seconda fase, ci si sposta sulla CML individuando la combinazione “attività priva di rischio-portafoglio di mercato” ritenuta migliore per il singolo investitore e soprattutto adeguata alla sua percezione del rischio. Si sceglie, cioè, se dare risorse in prestito o indebitarsi



In sintesi

- ✓ Se l'investitore investe la totalità delle sue risorse in titoli rischiosi, sceglierà il portafoglio di mercato M
- ✓ Se decide di non investire tutte le risorse in attività rischiose sarà collocato sul segmento della CML posto a sinistra del portafoglio di mercato (retta che va da r_f a M). In tal caso si assisterà alla formazione di un portafoglio di prestito (*lending*) in quanto una porzione del capitale dell'investitore risulta appunto “prestata” al soggetto emittente del titolo privo di rischio
- ✓ Se l'investitore decide di prendere in prestito risorse al fine di effettuare vendite allo scoperto, può emettere un debito al tasso *risk free* ed allocare tutto il capitale a sua disposizione in attività rischiose, determinando la formazione di un portafoglio di debito (*borrowing*) collocato sempre sulla CML, ma a destra del portafoglio di mercato



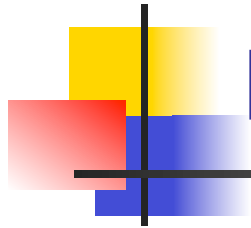
Il Capital Asset Pricing Model

Ideato da Sharpe e Treynor, rappresenta la naturale evoluzione della moderna teoria di portafoglio

Obiettivo

Definire la relazione tra rischio e rendimento di una attività finanziaria, anche se l'investitore decide di operare al di fuori del portafoglio di mercato

Il CAPM intende stabilire la misura del prezzo di una singola attività rischiosa (titolo azionario), esprimendolo in funzione del grado di rischio della stessa attività e del grado di correlazione con il rischio del portafoglio di mercato.



Le ipotesi

- ✓ Mercati perfetti
- ✓ Assenza di imposte e costi di transazione
- ✓ Investitori razionali (aspettative omogenee)
- ✓ Possibilità di *lending* e *borrowing* ad un unico tasso *risk free*
- ✓ Unico orizzonte temporale, valido per tutti gli operatori
- ✓ Rispetto del principio del *two-found separation* di Tobin



La derivazione algebrica (1)

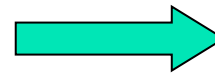
Partendo dalla relazione della CML ...

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \sigma_p$$

... occorre sostituire nella relazione il generico portafoglio p con il titolo i e verificare come variano rischio e rendimento di tale titolo rispetto al portafoglio di mercato M

Il rischio sistematico del titolo i si può quantificare come prodotto tra il coefficiente di correlazione tra lo stesso titolo ed il portafoglio di mercato (ρ_{im}) ed il rischio totale (diversificabile e non) associato al titolo i (σ_i)

rischio sistematico del titolo $i = \sigma_i \rho_{im}$





La derivazione algebrica (2)

Sostituendo tale fattore nella relazione della CML:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} (\sigma_i \rho_{im})$$

Sapendo che:

$$\rho_{im} = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_i \sigma_m}$$

Si ottiene:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \left(\frac{\sigma_i \sigma_{im}}{\sigma_i \sigma_m} \right) = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \left(\frac{\sigma_{im}}{\sigma_m} \right) = r_f + \left[\bar{r}_m - r_f \right] \left(\frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \right)$$



La derivazione algebrica (3)

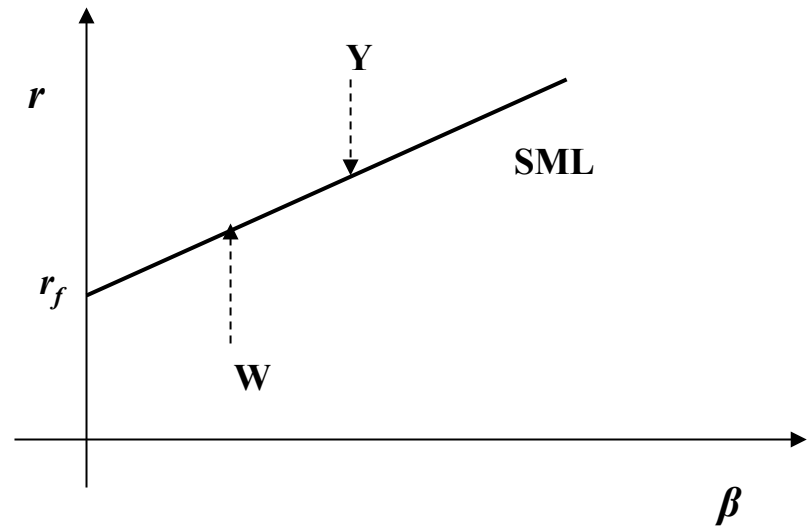
Inoltre, il rapporto tra la covarianza σ_{im} e la varianza del portafoglio di mercato è convenzionalmente definito dal coefficiente beta (β), il quale offre una puntuale misura del rischio sistematico di una generica attività i

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

Pertanto:

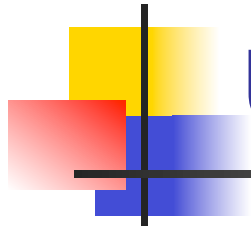
$$\bar{r}_i = r_f + [\bar{r}_m - r_f] \beta_i \quad \longrightarrow \quad \text{Costo del capitale azionario}$$

La rappresentazione grafica del CAPM

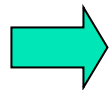
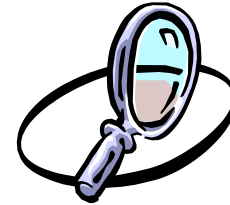


Y ➡ sottovalutato ➡ acquisto ➡ aumento P /riduzione r ➡ SML

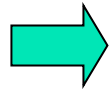
W ➡ sopravvalutato ➡ vendita ➡ riduzione P /aumento r ➡ SML



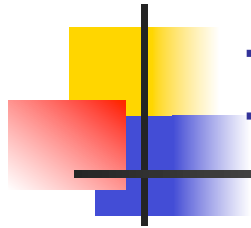
Un approfondimento



Se la covarianza tra il portafoglio di mercato M ed il titolo i è nulla, allora il rendimento atteso del titolo i corrisponde al rendimento dell'attività priva di rischio, mancando qualsiasi effetto di correlazione



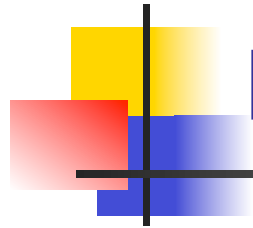
Se il coefficiente di correlazione $\rho_{im} = 1$, si realizza una coincidenza tra la *security market line* e la *capital market line*



Il significato del Beta

- $\beta = 1$ → la rischiosità del titolo i appare in linea con il rischio del portafoglio di mercato
- $\beta > 1$ → il singolo titolo presenta un livello di rischiosità maggiore rispetto al portafoglio di mercato, determinando la crescita del premio per il rischio (titolo aggressivo)
- $\beta < 1$ → il rischio del titolo i risulta inferiore a quello espresso dal portafoglio di mercato, provocando una contrazione del rendimento atteso dall'investimento (titolo difensivo)

NB il beta del portafoglio di mercato è sempre = 1



Le determinanti del Beta

1. Il settore economico di appartenenza
2. Il grado di leva operativa
3. Il grado di leva finanziaria



Un approfondimento: Beta *levered* e Beta *unlevered* (1)

La relazione del *capital asset pricing model*

$$\bar{r}_i = r_f + [\bar{r}_m - r_f] \beta_i$$

fa riferimento ad una impresa indebitata, stante l'impossibilità di scindere i rendimenti delle azioni in funzione della composizione della struttura finanziaria. Si può pertanto scrivere:

$$\bar{r}_i = r_f + [\bar{r}_m - r_f] \beta_L \quad \beta_L = \text{beta levered}$$

Considerando che il debito è emesso al tasso *risk free* (condizione del modello)



Il Beta dei debiti è nullo (i creditori non sopportano il rischio inerente le scelte di indebitamento)



Un approfondimento: Beta *levered* e Beta *unlevered* (2)

Il maggiore grado di rischio associato ad una impresa indebitata grava interamente sugli azionisti, determinando così una crescita del beta *levered* (β_L)

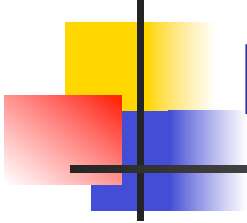
Considerando una struttura finanziaria composta da attività (*asset*) finanziate sia dai debiti, sia dal capitale proprio (attività = debiti + capitale proprio), il beta di un simile portafoglio è definito dalla media dei beta dei singoli componenti, ponderati per il peso che i debiti ed il capitale proprio assumono rispettivamente all'interno della struttura finanziaria

$$\beta_A = \beta_D \frac{D}{D + PN} + \beta_{PN} \frac{PN}{D + PN}$$

β_A = beta degli asset,

β_D = beta dei debiti

β_{PN} = beta del capitale proprio



Un approfondimento: Beta *levered* e Beta *unlevered* (3)

Avendo supposto la nullità del beta del debito:

$$\beta_A = \beta_{PN} \frac{PN}{D + PN}$$

Se $D = 0$ (impresa *unlevered*, con Beta *unlevered* β_U) $\longrightarrow \beta_A = \beta_{PN}$

Inoltre, il beta di una impresa *unlevered* (β_U)
corrisponde al beta delle *asset* β_A $\longrightarrow \beta_U = \beta_A$

Se $D > 0$ (impresa *levered*) $\longrightarrow \beta_A < \beta_{PN}$

Sulla base di queste considerazioni si può scrivere ...

$$\beta_{PN} = \beta_A \frac{D + PN}{PN} \quad \text{dove} \quad \frac{D + PN}{PN} = \frac{K}{PN}$$



Un approfondimento: Beta *levered* e Beta *unlevered* (4)

Inserendo nel ragionamento esposto anche la variabile fiscale, ovvero la deducibilità degli oneri finanziari, si ottiene:

$$\beta_{PN} = \beta_A \frac{(1-t)D + PN}{PN}$$

Ovvero:

$$\beta_{PN} = \beta_A \left[1 + (1-t) \frac{D}{PN} \right]$$

Sapendo che il beta del capitale proprio corrisponde al beta dell'impresa indebitata (β_L) e che il beta delle attività corrisponde al beta dell'impresa priva di indebitamento (β_U), si può scrivere:

$$\beta_L = \beta_U \left[1 + (1-t) \frac{D}{PN} \right] \quad \text{da cui} \quad \beta_U = \beta_L \left[\frac{PN}{(1-t)D + PN} \right]$$



Rischio operativo e rischio finanziario

Rischio operativo → Variabilità del cash flow

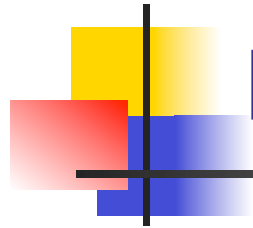
Rischio finanziario → Indebitamento – Aumento variabilità del cash flow

Premio per il rischio totale → $(\bar{r}_m - r_f)\beta_L$

Premio per il rischio operativo → $(\bar{r}_m - r_f)\beta_U$

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_U + (\bar{r}_m - r_f)(\beta_L - \beta_u)$$

$(\bar{r}_m - r_f)(\beta_L - \beta_u)$ → Premio per il rischio finanziario



La misurazione del Beta

1. Metodo fondato su dati storici
2. Metodo fondato su variabili aziendali
3. Metodo fondato su dati contabili



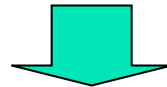
L' Arbitrage Pricing Theory

Limite del CAPM:

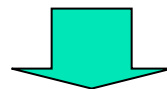
Presenza di un solo fattore di rischio (rischio sistematico) per la determinazione del rendimento atteso di un titolo azionario



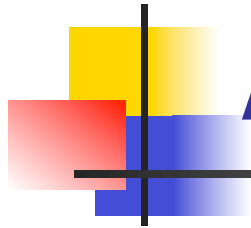
Modello univariato



Necessità di ampliare la varietà di fattori di rischio da cui far dipendere l' entità del rendimento atteso. Si assume che il risparmiatore richieda una adeguata remunerazione per ciascun elemento, oltre il rischio di mercato, in grado di influire sul rischio sistematico



Nascita **APT** (Ross, 1976)



Alcuni fattori di rischio nell' APT

- ✓ Variazione del tasso di inflazione rispetto a quello atteso
- ✓ Variazione della produzione industriale, sintetizzabile, ad esempio, nell' andamento del prodotto interno lordo (PIL)
- ✓ Variazione del premio per il rischio di fallimento (differenza tra il rendimento atteso di un titolo con elevato rating, rispetto al rendimento atteso di un titolo con basso rating)
- ✓ Oscillazione dei tassi di interesse

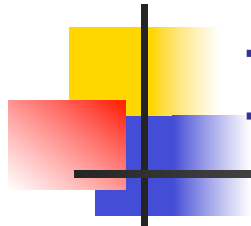


Il calcolo del rendimento atteso con l'APT

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_1 - r_f)\beta_1 + (\bar{r}_2 - r_f)\beta_2 + \dots + (\bar{r}_k - r_f)\beta_k$$

Il rendimento atteso di un titolo rischioso è definito attraverso una funzione lineare di due componenti:

1. il rendimento di attività prive di rischio
2. il rendimento richiesto dal risparmiatore per assumersi il rischio derivante dall'investimento. Quest'ultimo risulta determinato in funzione di diverse variabili, ponderando il premio per il rischio associato a ciascun fattore per il beta relativo al fattore stesso



I vantaggi dell' APT

Secondo Ross i vantaggi dell' APT rispetto al CAPM sono:

- ✓ L' APT non fa ipotesi con riguardo alla distribuzione empirica dei rendimenti delle attività.
- ✓ L' APT non fa ipotesi stringenti con riguardo alle funzioni di utilità degli individui.
- ✓ L' APT permette ai rendimenti d' equilibrio delle attività di essere dipendenti da molti fattori, e non solo da uno (cioè, il beta).
- ✓ L' APT permette di determinare il prezzo relativo di qualsiasi sottoinsieme di attività; non vi è perciò necessità di misurare tutte le attività per verificare la teoria.
- ✓ Il portafoglio di mercato nel modello APT non ha alcun connotato di tipo speciale, mentre il CAPM richiede che il portafoglio sia efficiente.
- ✓ L' APT è facilmente estendibile anche a contesti multiperiodali



Gli svantaggi dell' APT

- ✓ Difficoltà nel definire e misurare i fattori di rischio
- ✓ Eccessiva complessità!

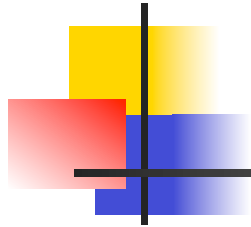


Il costo medio ponderato del capitale (*Wacc*)

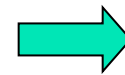
Esprime il costo per l'acquisizione sia del capitale proprio (riferimento al CAPM), sia del capitale ottenuto a titolo di indebitamento.

Entrambe tali componenti sono ponderate per il “peso” assunto rispettivamente dal capitale proprio e dal debito nella struttura finanziaria

$$wacc = k_D \frac{D}{D + PN} + k_s \frac{PN}{D + PN}$$

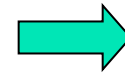


$$\frac{D}{D + PN}$$



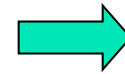
Peso del debito nella struttura finanziaria

$$\frac{PN}{D + PN}$$

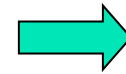


Peso del capitale proprio nella struttura finanziaria

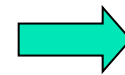
$$k_D = (1 - t) \frac{OF}{D}$$



Costo del debito misurato attraverso il ROD



$$k_{s,i} = r_f + [\bar{r}_m - r_f] \beta_i$$



Costo del capitale proprio misurato attraverso il CAPM



Alternative all'impiego del ROD nel *Wacc*

Il principale limite del ROD è rappresentato dal fatto che si basa su dati di natura contabile. Possibili alternative sono rappresentate da:

- ✓ Il tasso di rendimento corrisposto dall'azienda sul prestito obbligazionario emesso (soluzione percorribile solo per un limitato numero di aziende)
- ✓ Per le imprese dotate di *rating*, il costo del capitale di debito corrisponde al rendimento a scadenza che il mercato associa a quella determinata classe di *rating*